Le tolérancement Inertiel

Comment donner plus de liberté à la production tout en respectant la fonctionnalité du produit

Maurice Pillet
Professeur à l'université de Savoie - Annecy
Maurice.pillet@univ-savoie.fr

Résumé
Le tolérancement des caractéristiques est très important pour l'obtention de la qualité et de la fiabilité des produits assemblés. Traditionnellement, une tolérance s'exprime sous la forme d'un bipoint [Min Max]. Une caractéristique est déclarée conforme si elle se situe "dans les tolérances". Cette façon de faire est tellement ancrée dans les habitudes industrielles que - curieusement - personne ou presque ne la remet en cause. Le tolérancement inertiel [1] abandonne la notion de bipoint pour tolérancer la caractéristique par une cible et une inertie maximale autour de cette cible. Cette nouvelle représentation révolutionne la notion de conformité telle qu'elle est perçue depuis que l'on a inventé les "tolérances", mais elle permet de garantir la qualité et la fiabilité d'un assemblage à moindre coût.

1. Introduction

Le problème du tolérancement consiste à tenter de concilier deux préoccupations antagonistes :

- Fixer des tolérances les plus larges possibles pour diminuer les coûts de production.
- Assurer un niveau de qualité optimal sur la caractéristique Y.

Deux approches bien décrites dans la littérature [2] tentent de résoudre ce problème : le tolérancement au pire des cas et le tolérancement statistique. Le tolérancement au pire des cas garanti l'assemblage dans toutes les situations à partir du moment où les caractéristiques élémentaires sont dans les tolérances. Le tolérancement statistique tient compte de la faible probabilité d'assemblages d'extrêmes entre eux et permet d'élargir de façon importante les tolérances pour diminuer les coûts.
La première méthode garanti la qualité au détriment du coût, la seconde garanti le coût au détriment de la qualité.

2. Les différentes approches du tolérancement dans le cas des assemblages

Dans le cas général du tolérancement dans le cas d'un assemblage, le problème consiste déterminer les tolérances sur les caractéristiques élémentaires *X* pour obtenir une caractéristique *Y* satisfaisant le besoin des clients.

2.1. Tolérancement au pire des cas

Dans ce cas, on considère que dans tous les cas d'assemblage, la tolérance sur *Y* sera respectée.

En cas d'une chaine de cote unidirectionnelle, et en répartissant de façon uniforme les tolérances, cela conduit une tolérance sur chaque cote de la chaine égale à la tolérance de la cote résultante divisée par le nombre de cotes dans la chaîne

Exemple de tolérancement au pire des cas

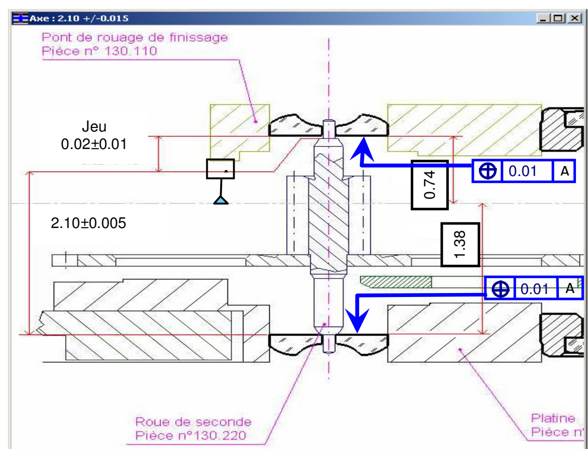

Figure 1 – Exemple de tolérancement au pire des cas

Pour illustrer le tolérancement au pire des cas nous nous appuierons sur l'exemple du tolérancement d'un montage d'un axe sur pierres (figure 1). La caractéristique résultante *Y* est le jeu tolérancé *0.02±15* (tolérances en *µm*).
La répartition uniforme sur les trois caractéristiques élémentaires de la chaîne de cotes donne les tolérances suivantes :

- Axe : 2.10 ± 5 µm
- Pierre pont 1.38±5 µm
- Pierre platine 0.74±5 µm

Dans le cas d'un tolérancement au pire des cas, on divise la tolérance résultante par **le nombre de cotes (ici 3).**

2.2. Tolérancement statistique

Le tolérancement statistique a été développé pour tenir compte de l'aspect combinatoire des tolérances [3][4]. On sait que dans le cas d'addition de variables indépendantes, les variances s'additionnent. Dans le cas de chaines de cotes unidirectionnelles et en supposant les tolérances proportionnelles à l'écart type, on obtient l'équation (6)

$$T_Y = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} T_i^2} \qquad (6)$$

Dans ce type de tolérancement, une des hypothèses fondamentale est le centrage de toutes les caractéristiques élémentaires *Xi* **sur la valeur cible**.

Exemple de tolérancement statistique

Dans l'exemple de la figure 1, le tolérancement statistique avec une répartition uniforme donnerait :

$T_Y{}^2 = \sum T_X{}^2$ soit

- Axe : 2.10 ± 8.6 µm
- Pierre pont 1.38±8.6 µm
- Pierre platine 0.74±8.6 µm

Dans le cas d'un tolérancement au pire des cas, on divise la tolérance résultante par la racine carrée du nombre de cotes.

On a donc une augmentation de la tolérance d'un facteur $\sqrt{3}$ dans le cas de trois cotes X_i

3. La décision de conformité sur les caractéristiques élémentaires

Dans le cas d'un tolérancement au pire des cas, la décision de conformité sur une caractéristique élémentaire est simple à prendre. Si la caractéristique est dans les tolérances, elle est conforme sinon elle n'est pas conforme.

Cette restriction peut être très sévère et il est facile de trouver des situations qui seraient refusées mais qui donneraient pourtant satisfaction au niveau du jeu et donc de la fonction finale du produit. C'est notamment le cas de la figure 2 pour laquelle les trois caractéristiques sont parfaitement centrées. On constate des rebuts sur chacune des caractéristiques, et pourtant il n'y a qu'une infime probabilité de trouver des non-conformités sur la caractéristique résultante *Y*.

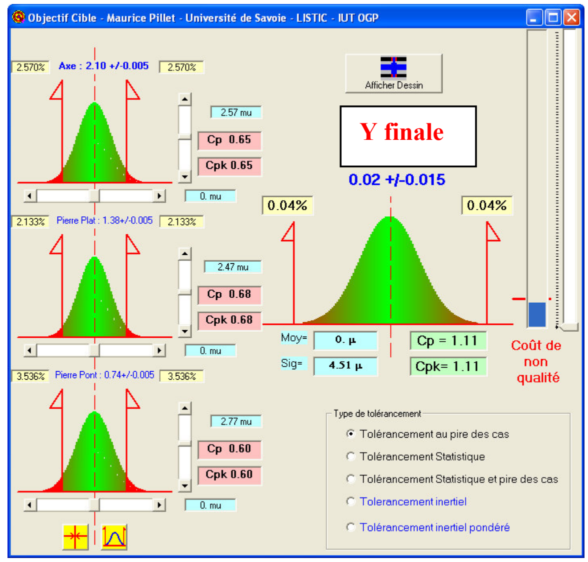

Figure 2 – assemblage avec un tolérancement "au pire des cas"

L'exemple de la figure 2 nous pousse à penser que le tolérancement "au pire des cas" est trop restrictif d'un point de vue économique. Il faudrait donc élargir les tolérances.

La notion de conformité est plus complexe dans le cas d'un tolérancement statistique. La détermination des tolérances est fondée sur une distribution et pas sur des cas particuliers. Dans ce cas se pose le problème de l'acceptation d'une pièce. Doit-on accepter une pièce en limite de tolérance ?

Là encore on peut facilement trouver des situations délicates (figure 3) dans lesquelles toutes les caractéristiques sont acceptées (en limite de tolérance) mais qui pourtant donnent des non conformités sur la caractéristique Y. Ce qui est grave d'un point de vue qualité.

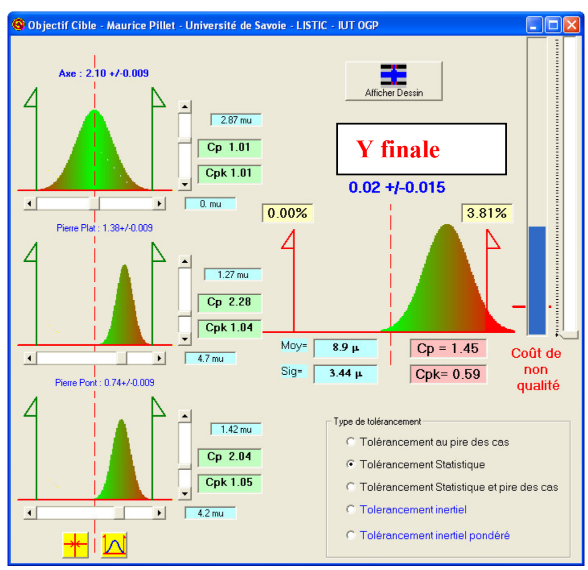

*Figure 3 – Situation délicate **(lots en limite de tolérance)** avec le tolérancement statistique*

4. Le tolérancement inertiel

4.1. Définition du tolérancement inertiel

Le but du tolérancement consiste à déterminer un critère d'acceptation sur les caractéristiques élémentaires *Xi* garantissant la conformité sur la caractéristique résultante *Y* quelles que soient les quantités produites. En plaçant une tolérance, le concepteur prend un risque de non-qualité par rapport à la situation idéale représentée par la cible. La tolérance permet de limiter le coût de non qualité généré par un écart par rapport à cette cible. En général, la non qualité n'est pas le résultat direct de la valeur *Y*, mais d'une combinaison de *Y* avec les conditions d'environnement (Température extérieure par exemple) et d'exploitation (plus ou moins intensive). Dans le cas d'une conception bien conduite, lorsque Y est **placée** sur la cible le fonctionnement sera robuste par rapport aux conditions d'environnement et d'exploitation. Lorsque *Y* s'éloigne de la cible, le fonctionnement sera de plus en plus sensible aux conditions, et pourra entraîner une insatisfaction chez le client. Taguchi [5] a démontré que la perte financière associée à un écart par rapport à la cible était proportionnelle au carré de l'écart **par rapport à la cible (décentrage).**

$$L = k\left(Y_i - Cible\right)^2 \qquad (7)$$

Dans le cas d'un lot, la perte associée est

$$\overline{L} = k\left(\sigma^2 + \left(\overline{Y} - Cible\right)^2\right) = k\left(\sigma^2 + \delta^2\right) \qquad (8)$$

Le terme variable $I^2 = \sigma^2 + \delta^2$ est homogène à une **"inertie"** des valeurs autour de la cible, c'est pourquoi nous appellerons inertie le terme $I = \sqrt{\sigma^2 + \delta^2}$.

Si l'on veut par les tolérances réellement limiter le coût de non qualité, il est donc nécessaire de ne pas utiliser un intervalle [min ; max] comme on le fait traditionnellement mais plutôt tolérancer la perte que l'on est prêt à accepter.
C'est le principe du tolérancement inertiel qui propose de remplacer le tolérancement classique $Y \pm \Delta Y$ par une tolérance *Y*(I_Y) Dans laquelle *Iy* représente l'inertie maximale que l'on accepte sur la variable *Y*. Cette nouvelle façon de déterminer les tolérances possède de très grandes propriétés comme nous le montrerons dans cet article.

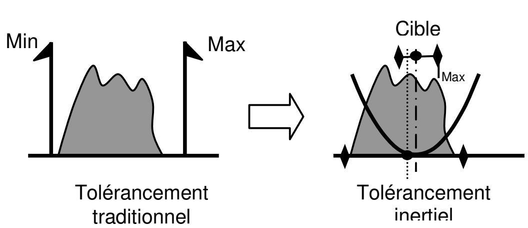

Figure 4 - Le tolérancement inertiel vs tolérancement traditionnel

4.2. Représentation graphique

Le tolérancement inertiel s'écrit :

$I_X = \sqrt{\sigma_X^2 + \delta_X^2}$ avec

σ_X : l'écart type de la distribution des *X*

δ_X : L'écart entre la moyenne de la distribution et la cible.

On note la tolérance de la façon suivante :

Cible (I_X).

Ainsi, une tolérance noté *10 (0.1)* aura une cible de *10* et une inertie maximale égale à *0.1*.
Son interprétation est donc relativement immédiate dans les deux situations suivantes :

Situation 1 : La production est parfaitement centrée sur la cible ($\delta_X = 0$)

Dans ce cas $I_X = \sqrt{\sigma_X^2} = \sigma_X$. L'écart type maximal est égal à l'inertie.

Situation 2 : La dispersion est nulle ($\sigma_X = 0$)

Dans ce cas $I_X = \sqrt{\delta_X^2} = \delta_X$. L'écart maximal de la moyenne à la cible est égal à l'inertie.

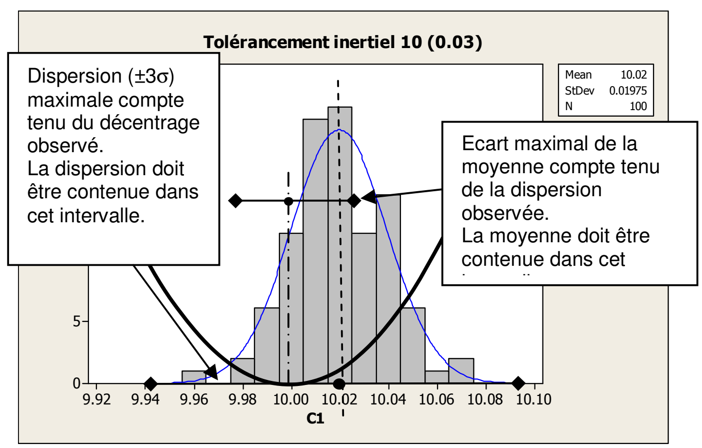

Figure 5 – représentation du tolérancement inertiel

La représentation graphique du tolérancement inertiel se fait comme sur la figure 5 : on calcule l'écart δ compte tenu de la dispersion du lot. Si la moyenne est inférieure à cet écart, le lot est accepté.
Dans cet exemple on visualise facilement que le lot est acceptable… sans une grosse marge : la moyenne est comprise dans l'intervalle permis…copte tenu de la dispersion. On peut également à calculer des indicateurs *Cp* et *Cpi* pour faciliter l'interprétation du tolérancement inertiel. En fait, la représentation sur la moyenne et sur la dispersion est redondante. On pourrait se

satisfaire d'indiquer l'écart maximal possible sur la moyenne compte tenu de la dispersion.

4.3. Tolérancement inertiel dans le cas d'un assemblage

Le calcul tu tolérancement inertiel dans le cas d'un assemblage est très simple, il suffit de calculer – en position centrée sur les cibles quels écarts types on peut accepter sur chaque élément de la chaîne de cote. Comme l'inertie est égale à l'écart type en position centré, on obtient donc immédiatement l'inertie à mettre au plan.

Application sur notre exemple

Pour déterminer l'inertie maximale sur *Y* (le Jeu), on va considérer une situation centrée avec une dispersion à 6 écarts types dans la tolérance. (Figure 5)

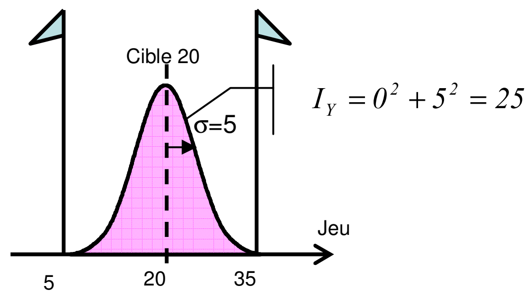

Figure 6 – Définition de l'inertie résultante

Dans cette configuration on a :

$I_Y^2 = \sigma_Y^2 + \delta_Y^2 = 25$ (exprimée en µm²)

Comme il y a trois caractéristiques, on divise cette variance par 3 pour avoir la variance maximale permise sur chaque caractéristique **élémentaire (8.33)**. L'inertie est alors immédiate :

$$I_X = \sqrt{8.33} = 2.9\mu$$

4.4. Définition de Cpi indicateur de capabilité inertielle

La capabilité est traditionnellement définie comme étant le ratio entre ce qui est demandé et ce qui est réalisé. Nous pouvons donc définir les indicateurs de capabilité Cp et Cpi par la relation (15) :

$$Cp = \frac{I_{MAX}}{\sigma} \qquad Cpi = \frac{I_{MAX}}{I} \qquad (15)$$

Comme nous l'avons précisé, le tolérancement inertiel ne prend pas comme hypothèse la normalité des répartitions, Cpi peut donc être calculé même dans le cas de répartition non normale. La conformité est acceptée si Cpi est supérieur à 1

4.3. La conformité dans le cas du tolérancement inertiel

Le but de la décision de conformité sur une caractéristique est de garantir la conformité du produit fini. On a vu que dans le cas du tolérancement au pire des cas, on pouvait refuser à tord la conformité de caractéristiques élémentaires (figure 2). Dans le cas du tolérancement inertiel ce cas de figure ne peut pas arriver. Dans le cas d'un centrage parfait de la production, on peut tolérer sans risque pour la caractéristique fonctionnelle une dispersion identique au cas du tolérancement statistique (figure 7 – cas de l'axe)

L'inconvénient du tolérancement statistique provient des décentrages. Dans le cas d'un tolérancement inertiel, le risque d'accepter des caractéristiques qui pourrait mettre en péril la fonction du produit (cas de la figure 3) est supprimé.

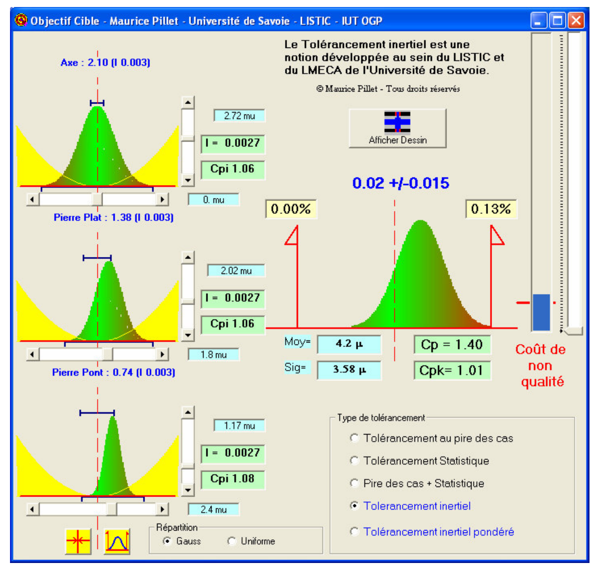

*Figure **7** – tolérancement inertiel, caractéristiques décentrées*

La figure **7** montre une situation extrême du tolérancement inertiel avec deux caractéristiques décentrées au maximum (Cpi proche de 1) mais qui ne mettent pas en péril la caractéristique fonctionnelle.

6. Conclusion

Un des principes de base de la qualité est la conformité. Cependant, cette conformité, si elle est relativement facile à définir pour un produit fini, n'est pas triviale dans le cas de caractéristiques élémentaires. La décision de conformité dans ce cas ne doit pas porter sur la caractéristique concernée, mais plutôt sur l'incidence de la configuration de la caractéristique dans la qualité du produit en final. Les systèmes de tolérancement actuellement utilisés, prennent tous comme postulat de départ qu'une tolérance doit être définie par un bipoint [Min ; Max]. Nous avons montré dans ce papier que l'on pouvait imaginer une autre façon de définir les tolérances en définissant l'inertie maximale autour de la cible. Cette nouvelle façon de concevoir le tolérancement offre de nombreux avantages et principalement de concentrer la décision de conformité sur la qualité du produit fini plutôt que sur l'évaluation d'un pourcentage de non conformes au niveau de la caractéristique élémentaire. Ainsi, il est possible de trouver le meilleur compromis entre les libertés de dispersion laissées à la production (le coût de production) et la qualité souhaitée sur le produit fini.

Une monographie complète sur le tolérancement inertiel, ainsi que le simulateur qui a servi à illustrer cet article est disponible sur le site :

http://www.ogp.univ-savoie.fr/

Références bibliographiques

[1] Pillet M., *Inertial tolerancing in the case of assembled products*, Recent advances in integrated design and manufacturing in mechanical engineering, No. ISBN 1-4020-1163-6, 2003, pp. 85-94,

[2] Chase K.W. ; Prakinson A. R. - A survey of recheararch in the application of tolerance analysis to the design of mechanical assemblies – Research in Engineering design (1991) 3 :23-37

[3] Shewhart W. A. Economic Control of Quality of Manufactured Product. Van Nostrand, New York, 1931

[4] Graves S. Bisgaard S. Five ways statistical tolerancing can fail and what do about them – CQPI Report n°159 September 1997

[5] Taguchi G., System of experimental design, Engineering Methods to Optimize Quality and Minimize Costs, Volumes 1 et 2, American Supplier Institute, INC, 1987