

SIMDI – Table de GALTON

« Les élèves apprennent les statistiques de façon didactique »

A propos de Galton

Sir Francis Galton (1822-1911) cousin de Charles Darwin est l'un des pères fondateurs de la statistique et de la psychologie différentielle.

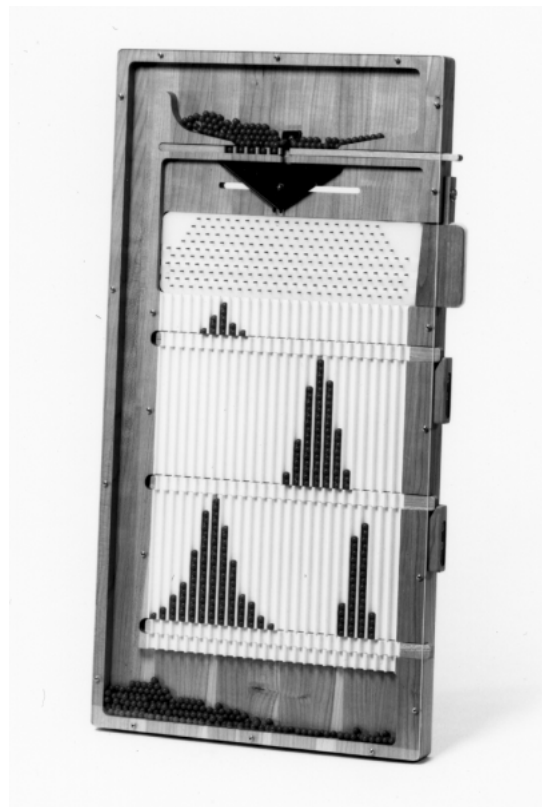
Il inventa cette planche à clous pour étudier les lois du hasard.

Mais il a surtout contribué à l'étude de l'homme et plus particulièrement sur la transmission héréditaire des capacités intellectuelles. Il souhaitait mesurer le « génie » d'un individu.

Objectifs du simulateur

Simuler une table de Galton dont l'objectif est de générer une production suivant une loi normale.

La version réelle est en photo ci-dessous



Cette planche permet d'enseigner les statistiques descriptives de façon ludique, mais également les statistiques de production telles que la Maîtrise Statistique des Processus, les tests d'hypothèses...

La version informatique est une reproduction la plus fidèle possible de la réalité. Grâce au vidéo projecteur, il est beaucoup plus facile de l'utiliser en situation d'enseignement auprès d'une classe entière. Elle permet en plus d'avoir facilement accès aux informations statistiques : moyenne, écart type...

La version informatique nécessite d'avoir une carte graphique assez puissante si l'on veut obtenir des animations fluides du mouvement des billes.

The screenshot shows the SIMDI Galton software interface. On the left, there are three 'Cache' sections (Cache 1, Cache 2, Cache 3) with 'ON' and 'OFF' buttons. The main area displays a Galton board with red balls falling into columns. On the right, there are controls for 'Saisie de la position de l'entonnoir', 'Nombre de lignes de clous (max 14)', and 'Nombre de billes'. A 'Total' section shows 'nb 6' and 'Col 14'. Below this is a 'Cible 13' and '7 - Tolérances - 19'. A statistics panel on the right lists descriptive statistics: Nb de valeur: 30, Moyenne: 14.500, Ecart type: 1.296, Moy + 3 sig: 19.798, Maxi: 17.000, Moy - 3 Sig: 11.012, Mini: 12.000, % hors Maxi: 0.079%, % hors Mini: 0.000%, z: 4.83, Cp: 1.54, Cpk: 1.05, Cpm: 0.87. A blue arrow points to the right side of the Galton board.

On peut également masquer trois zones sur la planche.

Utilisation de base

On positionne l'entonnoir de deux façons différentes :

- à partir des flèches . Le pas de déplacement peut être modifié dans le cadre en dessous de la flèche.
- en saisissant la position à atteindre (valeur de 5 à 21) la valeur n'apparaît pas à l'écran)

Le nombre de lignes de clous influe sur la dispersion de la production.

Les tolérances programmées sont de 4 à 16, la cible est égale à 10

Fermetures

La table possède deux fermetures permettant d'avoir trois échantillons différents de pièces. On peut afficher les éléments de statistique descriptive de l'échantillon concerné en cliquant sur le bouton Statistiques.

En cliquant sur la fermeture en dessous d'une colonne de l'échantillon, on affiche le nombre de billes contenu dans la colonne.

This screenshot shows the SIMDI Galton software interface with the three 'Cache' sections (Cache 1, Cache 2, Cache 3) masked with yellow. The Galton board is visible in the middle section. The controls on the left and right are also visible, showing 'nb 1' and 'Col 21' for Cache 2, and 'nb 6' and 'Col 14' for Cache 3.

Cette fonctionnalité est très utile pour enseigner la MSP notamment le pilotage des machines par l'utilisation de carte de contrôle.

Exemple d'utilisation en statistique descriptive

Faire comprendre les notions de moyenne, d'étendue et d'écart type

Manipulation 1

Faire plusieurs échantillons en faisant varier la position de la goulotte et le nombre de clous. Noter à chaque fois la moyenne et l'écart

type. On voit que la moyenne traduit la « position » de la l'entonnoir et que l'écart type mesure l'embonpoint de la distribution.

Manipulation 2

Mettre 14 rangées de clous, positionner l'entonnoir sur la valeur cible 10.

Faire tomber 2 billes

Puis 5 (3 de plus)

Puis 10 (5 de plus)

Puis 20

Puis 50

Puis 100

Puis 200

Noter à chaque fois l'étendue et l'écart type, on remarque que l'étendue augmente toujours, mais que l'écart type se stabilise assez rapidement.

Exemple d'utilisation en statistique inférentiel

Manipulation 1 : Test de comparaison de moyennes

- Positionner l'entonnoir sur 7.
- Mettre le cache 1
- Faire tomber 5 billes
- Mettre la fermeture 2
- Modifier la position de l'entonnoir sur 10
- (en utilisant la saisie masquée).
- Faire tomber 5 billes
- Faire le test de comparaison de deux moyennes. Déduire si le changement de position de l'entonnoir est significatif. On peut pour faire les tests utiliser les fichiers Excel mis gratuitement à disposition sur notre site <http://www.ogp.univ-savoie.fr/>

Enlever le cache pour vérifier le résultat du calcul.

Manipulation 1 : Test de comparaison de variances

On peut refaire le même essai que précédemment mais en changeant le nombre de clous entre les deux manipulations.

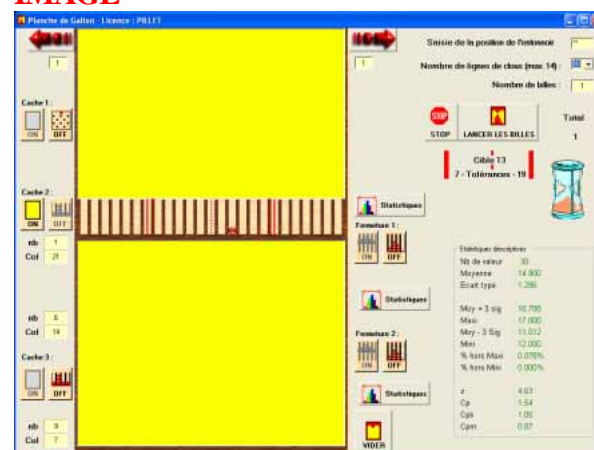
Enseignement de la MSP avec Galton

Manipulation 1 pilotage d'une production avec une pièce.

Expliquer que l'on doit faire une production en faisant un prélèvement statistique. Le prélèvement retenu est de 1 pièce par lot de 25 pièces. A chaque lot, un dérèglement peut intervenir sans qu'on le sache, c'est pourquoi on prélève systématiquement la première pièce du lot.

- On travaille avec 10 rangées de clous
- On place les masques 1 et 3
- On place l'entonnoir par exemple sur 13
- On prélève la première pièce en plaçant la fermeture 1.

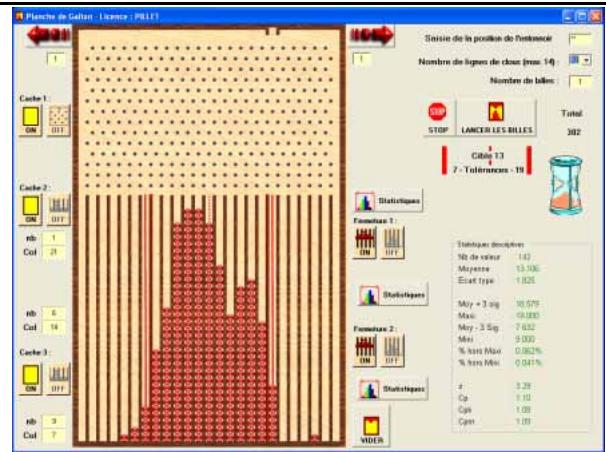
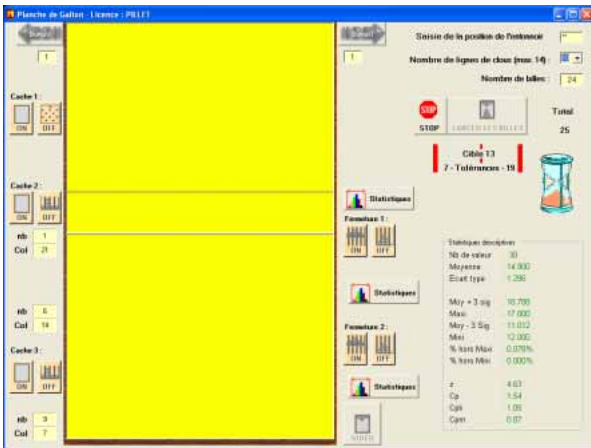
IMAGE



On demande si on règle, la réponse est généralement négative.

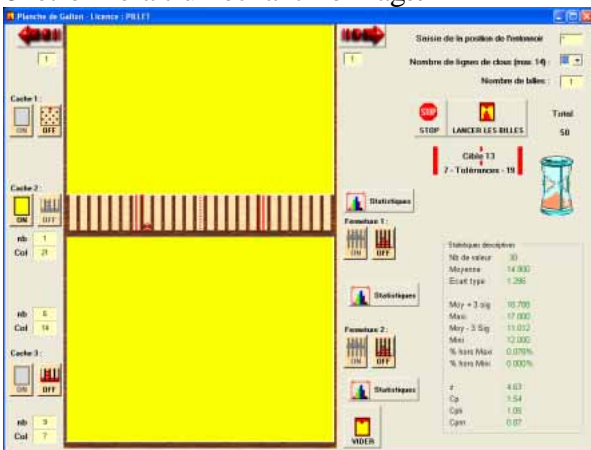
On place le cache 2

On enlève la fermeture 1 et on fait les 24 pièces restantes.



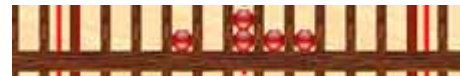
Manipulation 2 : Pilotage à partir d'échantillon

On modifie le réglage, par exemple on règle sur 6 et on refait un échantillonnage.



1. Détermination expérimentale des limites naturelles sur les médianes.

Faire 20 prélèvements de 5 pièces et noter la médiane (la valeur du milieu).



Ici la médiane est de 10.

On constate que la médiane est toujours comprise entre 8 et 12

Si les stagiaires demandent un réglage on le réalise avec les flèches pour qu'ils constatent que le réglage demandé est bien réalisé.

On fait ainsi une dizaine de simulations en changeant systématiquement le réglage à chaque lot et on regarde le résultat, c'est en général catastrophique tel que ci-dessous :

On applique les règles suivantes :

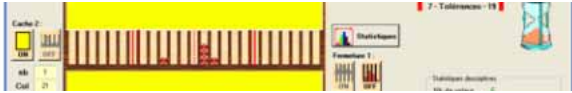
- Si la médiane est de 9,10, 11, on produit.
- Si la médiane est égale à 8 ou 12 on fait un second prélèvement.
- Dans les autres cas on règle de la valeur de la moyenne des 5 pièces.

On applique ces règles dans les mêmes conditions que pour la première simulation.

Par exemple dans la situation



La médiane est de 13, on règle de la différence entre la valeur cible et la médiane (10 – 13) On règle donc d'une valeur de -3.

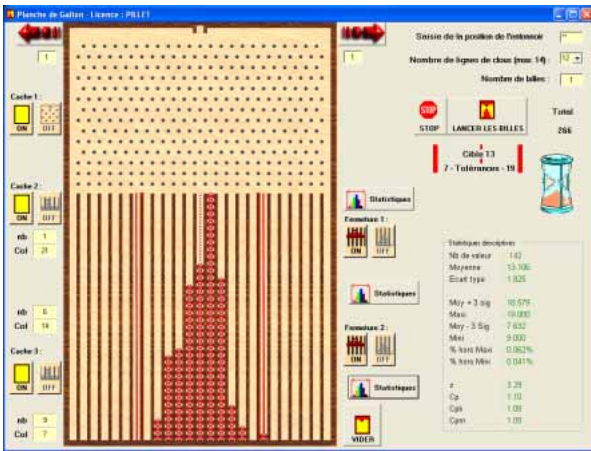


Après réglage on fait un nouvel échantillon et on vérifie que la médiane est sous contrôle

On lance la production du lot

On recommence la manipulation plusieurs fois en plaçant la valeur du réglage de façon différente à chaque lot.

Et on vérifie le résultat :



On note l'amélioration de capacité considérable.

Application avec une carte de contrôle médiane étendue

L'application précédente est très intuitive, on peut recommencer la simulation en réalisant une carte d'observation médiane étendue, calculer les limites naturelles avec les formules classiques, et vérifier que l'on retrouve bien les valeurs que l'on avait trouvées de façon intuitive.

On trace la carte de contrôle sur papier, et en appliquant les règles de la MSP on garanti la qualité de la production par un pilotage du processus.

On peut montrer l'action d'amélioration d'un processus en diminuant le nombre de clous ou au contraire d'une dégradation en augmentant le nombre de clous.

Autres manipulations

Nous utilisons depuis de très nombreuses années la table de Galton pour enseigner les statistiques, le nombre d'application est quasi infini. La seule limite est l'imagination du pédagogue. La table de Galton est un moyen de visualiser la partie statistique des mathématiques.

L'avantage des statistiques est que ce sont des mathématiques "qui peuvent se voir" la table de Galton est faite pour cela :

Pour un étudiant le mot écart type ne représentera plus uniquement la formule

mémorisée suivante : $\sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$ Mais une

image du "tour de taille" de la courbe en cloche !

